

## CORRECTION

### Nombre mystère 2

Ahmed et Chloé ont chacun une calculatrice. Ils ont « tapé » le même nombre.

Ensuite, Ahmed a appuyé sur les touches :

× 3 + 5 =

Et Chloé a appuyé sur les touches :

+ 1 = × 1 0 - 1 0 =

Quelle surprise : ils obtiennent le même résultat ! Quel nombre ont-ils bien pu choisir ?

Nombre choisi	Résultat Ahmed	Résultat Chloé	Écart entre les 2 résultats
1	8	10	2
2	11	20	9 (je m'éloigne!)
0	5	0	5 (je m'éloigne mais moins, je peux peut-être supposer que le nombre cherché est entre 0 et 1 )
0,5	6,5	5	1,5 (je m'approche!)
0,6	6,8	6	0,8 !
0,7	7,1	7	0,1 : je suis très proche !
0,8	7,4	8	0,6, mince je m'éloigne
0,72	7,16	7,2	0,04 !!!
0,715	7,145	7,15	0,005 !!
0,714	7,142	7,14	0,002

0,7145	7,1435	7,145	0,0015
0,7143	7,1429	7,143	0,0001
....			Cela semble n'en plus finir

En réalité le nombre que l'on cherche n'a pas d'écriture décimale mais une écriture fractionnaire !

Il semble donc compliqué même avec de la patience et une bonne méthode de trouver la solution à l'aide du tâtonnement !

C'est donc pour cela que l'on va utiliser le calcul littéral : en effet nous cherchons une inconnue alors pourquoi ne pas la nommer par une lettre :  $a$  par exemple !

Trouvons la « formule » d'Ahmed :

$$a \times 3 + 5 =$$

Ce qui donne :  $a \times 3 + 5 = 3a + 5$

Pour Chloé :

$$a + 1 = \times 10 - 10 =$$

Ce qui donne :  $(a + 1) \times 10 - 10 = 10a + 10 - 10 = 10a$

Après développement puis réduction

Ce qui signifie que pour le  $a$  recherché les formules d'Ahmed et de Chloé doivent être égales :

$10a = 3a + 5$  C'est ce que l'on appelle une EQUATION

C'est-à-dire une égalité avec une inconnue à déterminer !

Trouver cette inconnue revient à résoudre l'équation.

C'est la nouvelle notion : on va apprendre à résoudre ce genre d'équation !

Ce n'est pas un cours simple et ça l'est encore moins à distance.

Mais rien n'est impossible ;-)

Donc c'est parti, on y va pas à pas :

$$10a = 3a + 5$$

Tout d'abord on va regrouper les termes avec l'inconnue  $a$  et les termes nombres ensemble : ici il y a trois termes  $10a$  dans le membre de gauche,  $3a$  et  $5$  dans le membre de droite (« membre » c'est ce qu'il y a à gauche et à droite du signe = )

Donc on aimerait par exemple n'avoir à gauche que des termes avec les  $a$  et à droite que des nombres. A gauche c'est bon.

Mais  $3a$  est un « intrus » à droite ! Il faut donc l'éliminer

Pour avoir zéro  $a$ , il faut enlever  $3a$  ! car  $3a - 3a = 0a$

mais attention :  $10a \neq 3a - 3a + 5$  Ce n'est plus égale si à droite on retire  $3a$  sans l'enlever aussi à gauche !!!

Donc on va enlever  $3a$  dans les deux membres :

$$10a - 3a = 3a + 5 - 3a$$

Ce qui donne :

$$7a = 5$$

On a bien à gauche que des  $a$  et à droite que des nombres !

$$7 \times a = 5$$

C'est simplement une opération à trou 7 fois ... = 5  
Pour trouver le nombre manquant il faut diviser par 7 ! car la division par 7 est l'opération associée à  $\times 7$  !

Donc  $a = 5 \div 7 \approx 0,714285 \dots$  mais en valeur exacte =  $\frac{5}{7}$

En effet si dans les deux programmes d'Ahmed et Chloé on choisit le nombre  $\frac{5}{7}$ , on trouve le même résultat :

$$\frac{5}{7} \times 3 + 5 = \frac{50}{7}$$

$$\frac{5}{7} + 1 = \times 10 - 10 = \frac{50}{7}$$

Je vous mets un autre exemple puis la correction vous pouvez essayer seul ou regarder tout de suite la correction à la page suivante !

### Nombre mystère 3

Yuna et Pierre ont chacun une calculatrice. Ils ont « tapé » le même nombre. Ensuite, Yuna a appuyé sur les touches :

$$\times 2 + 3 =$$

Et Pierre a appuyé sur les touches :

$$- 2 = \times 5 + 8 =$$

Incroyable mais vrai : ils obtiennent le même résultat ! Quel nombre ont-ils bien pu choisir ?

## CORRECTION : Nombre mystère 3

On applique les programmes tapés par Yuna et Pierre à un nombre quelconque  $a$ .

On trouve  $2a + 3$  pour Yuna et  $(a - 2) \times 5 + 8$  pour Pierre.

On cherche les valeurs de  $a$  qui vérifient  $(a - 2) \times 5 + 8 = 2a + 3$   
(on dit qu'on résout l'équation  $(a - 2) \times 5 + 8 = 2a + 3$  d'inconnue  $a$ .)

Ce sont les mêmes que celles qui vérifient :

$$5a - 10 + 8 = 2a + 3 \quad \text{On développe et réduit avant de commencer !}$$

$$5a - 2 = 2a + 3$$

On simplifie au maximum avant de commencer !

Je choisis le « clan » des termes en  $a$  à gauche et le « clan » des nombres à droite !

$2a$  est un intrus à droite :

$$5a - 2 - 2a = 2a + 3 - 2a \quad (\text{on retire } 2a \text{ aux 2 membres, car } 2a - 2a = 0)$$

$$3a - 2 = 3$$

Maintenant  $-2$  est l'intrus à gauche :

$$3a - 2 + 2 = 3 + 2 \quad (\text{en ajoutant } 2 \text{ aux deux membres})$$

On ajoute 2 car on veut annuler  $-2$ , donc opération associée à  $-2$  c'est  $+2$  !  
Et en effet  $-2 + 2 = 0$  !

$$3a = 5$$

On a réussi, il n'y a plus d'intrus ! Sauf maintenant le coefficient devant  $a$   
 $\div 3$  est l'opération associée à  $\times 3$ , donc :

$$a = \frac{5}{3} \quad (\text{on dit que la seule solution de l'équation est } \frac{5}{3} ).$$

Conclusion : Yuna et Pierre ont forcément tapé le nombre  $\frac{5}{3}$  .

La technique des mathématiciens repose sur le fait que les solutions d'une équation restent les mêmes quand on ajoute ou retire un même nombre aux deux membres.

## A retenir !

### Définition :

- Une **équation à une inconnue** est une égalité dans laquelle un nombre inconnu est désigné par une lettre. Ce qui se trouve de part et d'autre du signe « = » s'appelle les **membres** de l'équation.  
(On parlera de « membre de gauche » et de « membre de droite ».)
- **Résoudre une équation** d'inconnue  $x$  revient à trouver toutes les valeurs possibles du nombre  $x$  (si elles existent) qui vérifient l'égalité. Chacune de ces valeurs est une **solution de l'équation**.

### Méthode pour résoudre une équation :

- Vérifier que les deux membres soient bien écrits le plus simplement possible, si ce n'est pas le cas on développe, on réduit ...  
On simplifie le plus possible.
- Il faut choisir un membre pour mettre les termes en  $x$  et l'autre pour les termes numériques.
- Il n'y a plus qu'à supprimer les « intrus » avec les opérations associées.
- L'équation est résolue lorsque l'on trouve la valeur de  $x$  :  $x =$  « un nombre »

### Exemple résolu pas à pas : A vous de jouer !

$$5(x + 2) = 3x - 7$$

=

Ici à gauche ce n'est pas simplifié, donc on développe et on réduit avant de commencer !

=

=

On choisit de mettre les termes en  $x$ , à gauche, donc trouve l'intrus à gauche !

=

Une fois celui de gauche éliminé, on s'occupe du membre de droite !

=

On fait la dernière division pour avoir  $x = \dots$