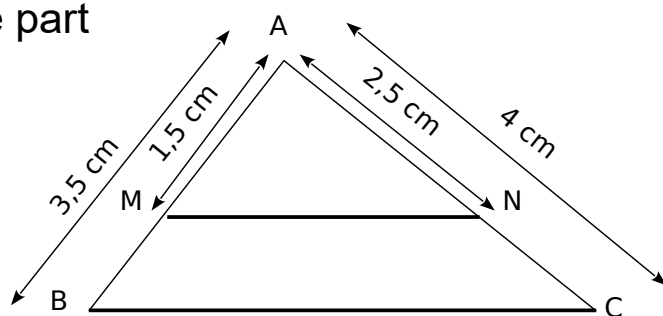


Prouver que deux droites ne sont pas parallèles

1 On sait que les points A, M, B d'une part et les points A, N, C d'autre part sont alignés.

On veut montrer que les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.



Rédaction :

- On sait que les points A, M, B sont alignés ainsi que les points A, N, C.
- « Montrer qu'il n'y a pas proportionnalité : »

On a :

Triangle AMN	AM = 1,5	AN = 2,5	MN
Triangle ABC	AB = 3,5	AC = 4	BC

Je rappelle que le tableau est là en support et que si des élèves sont capables de trouver les quotients sans passer par le tableau, celui-ci devient facultatif.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1,5}{3,5} = \frac{3}{7} = \frac{12}{28} \quad \left| \quad \frac{AN}{AC} = \frac{2,5}{4} = \frac{17,5}{28}$$

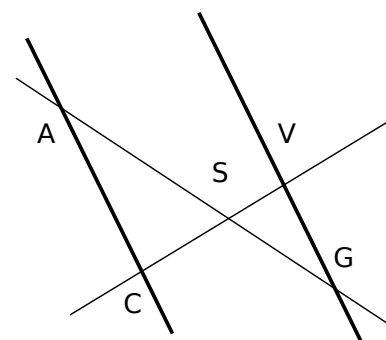
Donc $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$ ne sont pas égaux.

- « Conclure : »

Il n'y a donc pas proportionnalité, cela contredit le théorème de Thalès donc (MN) et (BC) ne sont pas parallèles.

2 Sur le schéma ci-contre, les points C, S, V d'une part et les points A, S, G d'autre part sont alignés.

En t'aidant de l'exercice précédent, montre que les droites (GV) et (CA) ne sont pas parallèles.



On a $SV = 0,6$ cm ; $SG = 0,9$ cm ; $SA = 2,1$ cm et $SC = 1$ cm.

Rédaction :

Les points A, S, G ainsi que les points C, S, V sont alignés.

On calcule séparément $\frac{SA}{SG}$ et $\frac{SC}{SV}$

$$\frac{SA}{SG} = \frac{2,1}{0,9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$$

$$\frac{SC}{SV} = \frac{1}{0,6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

Donc $\frac{SA}{SG}$ et $\frac{SC}{SV}$ ne sont pas égaux.

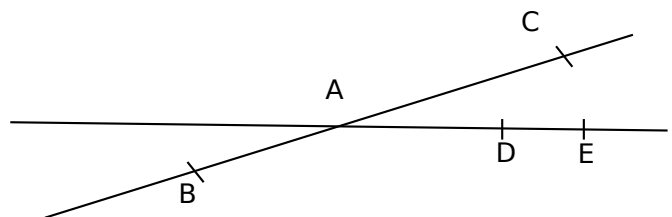
Il n'y a donc pas proportionnalité, cela contredit le théorème de Thalès donc (AC) et (VG) ne sont pas parallèles.

Remarque : Pour trouver les rapports plus facilement pensez au tableau de « thales » :

Triangle ASC	SA = 2,1	SC = 1	AC
Triangle GSV	SG = 0,9	SV = 0,6	VG

3 Sur le schéma suivant,

AB = 3 cm, AC = 4 cm,
AD = 3 cm et AE = 4 cm.



a. Calcule

$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{AD}{AE} = \frac{3}{4}$$

b. Explique pourquoi les droites (BE) et (CD) ne sont pas parallèles. Les deux rapports sont égaux mais les points A, B et C d'une part et A, D et E d'autre part ne sont pas alignés **dans le même ordre**.

On en déduit que (BE) et (CD) ne sont pas parallèles.

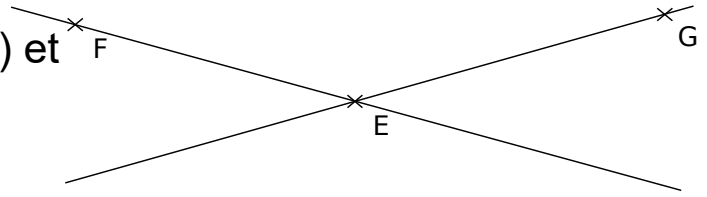
D'où l'importance dans la suite quand, vous vous apercevez que cela va être proportionnel de bien vérifier et surtout écrire que les points sont bien alignés mais surtout dans le bon ordre !

Réciproque : Prouver que deux droites sont parallèles

4 M est un point de la droite (EF) et P un point de la droite (EG) tels que :

$$EM = 2,6 \text{ cm} ; EP = 2,8 \text{ cm} ;$$

$$EF = 3,9 \text{ cm et } EG = 4,2 \text{ cm.}$$



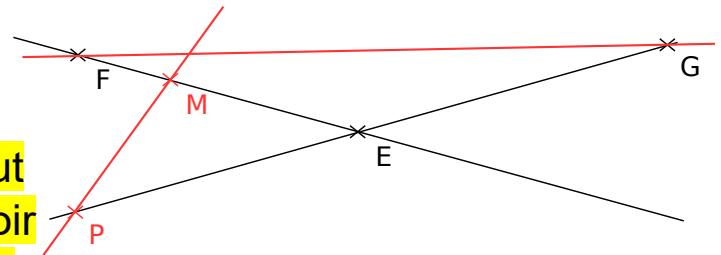
c. Compare $\frac{EM}{EF}$ et $\frac{EP}{EG}$.

$$\frac{EM}{EF} = \frac{2,6}{3,9} = \frac{2}{3} \quad \text{et} \quad \frac{EP}{EG} = \frac{2,8}{4,2} = \frac{2}{3}$$

$$\text{donc } \frac{EM}{EF} = \frac{EP}{EG}.$$

d. Cédric en a conclu que les droites (PM) et (FG) sont forcément parallèles.

Complète la figure ci-dessous pour montrer que Cédric a répondu trop vite.



Donc on écrit « les points ... sont alignés dans le même ordre » en tout cas quand c'est le cas : car pour avoir le parallélisme il faut deux conditions

1) la proportionnalité

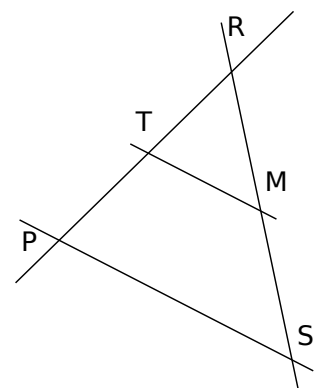
2) les points alignés mais **dans le même ordre !**

5 Application directe

Sur la figure ci-contre, $RM = 4,5 \text{ cm} ; RS = 6 \text{ cm} ;$
 $RT = 6 \text{ cm}$ et $RP = 8 \text{ cm}$.

Les points R, T et P sont alignés ainsi que les points R, M et S.

On veut montrer que les droites (MT) et (SP) sont parallèles.



Rédaction :

- On sait que les points R, T et P et les points R, M et S sont alignés **dans le même ordre**.
- « Montrer qu'il y a proportionnalité : »

$$\frac{RM}{RS} = \frac{4,5}{6} = \frac{3}{4} \quad \left| \quad \frac{RT}{RP} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

Donc les deux rapports sont égaux. Il y a proportionnalité des longueurs.

- « Conclure : »

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (TM) et (PS) sont parallèles

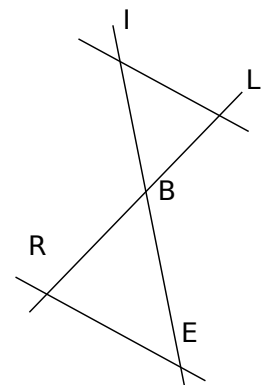
Remarque : pensez au tableau de « thalès » si vous n'arrivez pas à trouver les rapports. (Souvenez-vous un quotient par ligne et un quotient avec les deux parallèles)

6 Dans une autre configuration

Sur la figure ci-contre,
 $BR = 2,5 \text{ cm}$; $BL = 15 \text{ cm}$; $BE = 1,5 \text{ cm}$ et
 $BI = 9 \text{ cm}$.

Les points I, B et E sont alignés, de même que L, B et R.

On veut montrer que les droites (IL) et (RE) sont parallèles.



Rédaction :

Les points I, B et E sont alignés dans le même ordre que les points L, B et R.

$\frac{BI}{BE} = \frac{9}{1,5} = 6$ et $\frac{BL}{BR} = \frac{15}{2,5} = 6$ donc les deux rapports sont égaux. Il y a proportionnalité des longueurs.

Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (IL) et (RE) sont parallèles.