Nouveau Chapitre : Les fonctions linéaires

1) Définition

Une fonction linéaire est une fonction « f » qui peut s'écrire sous la forme $f(x)=ax$ où « a » est un nombre connu. « a » est le coefficient directeur de la fonction linéaire f .

Exemples :

a) $g(x)=3x$, g est une fonction linéaire de coefficient directeur 3.

b) $h(x)=-x$, h est une fonction linéaire de coefficient directeur -1.
En effet $(-1)\times x=-x$

c) $k(x)=\frac{x}{3}$, k est une fonction linéaire de coefficient directeur $\frac{1}{3}$.
En effet $\frac{1}{3}\times x=\frac{x}{3}$

d) $l(x)=2x+4$, l n'est pas une fonction linéaire.

e) $m(x)=x\times x$ m n'est pas une fonction linéaire.

Exercice :
On considère la fonction f telle que $f(x)=(x+3)x-x^2$. Démontre que f est une fonction linéaire. Quel est son coefficient directeur ?

2) Tableau de valeurs

Le tableau de valeurs d'une fonction linéaire est un tableau de proportionnalité. Le coefficient directeur de la fonction linéaire EST le coefficient de proportionnalité.

Exemple :
$g(x)=4$x

x	-5	0	2	3	7
$g(x)$	-20	0	8	12	28

Rappel :
L'image de 2 est 8 par la fonction g.
Un antécédent de 28 est 7 pour la fonction g.

3) Image et antécédent

a) Image

Calculer une image quand on connaît la fonction linéaire n'est pas une chose difficile, par exemple :

$f(x)=3x$, calculer l'image de 2 par f .
L'image de 2 par f est $f(2)=3\times 2=6$

b) Antécédent

ça se complique :

$f(x)=3x$, calculer un antécédent de -21 par f .
J'appelle u , un antécédent de -21 pour la fonction f , alors

$f(u)=-21$ donc
$3u=-21$ je dois résoudre cette équation !et je trouve
$u=\frac{-21}{3}=-7$
Il y a un seul antécédent de -21 par la fonction f , cet antécédent est -7 .

Correction des exercices 1, 2 et 3 de la feuille :

1 Complète le tableau en indiquant les fonctions linéaires et leur coefficient.

$f : x \longmapsto 6x - 1$

$g : x \longmapsto \frac{x}{5}$

$h : x \longmapsto \frac{5}{x}$

$j : x \longmapsto -3x^2$

$k : x \longmapsto -\frac{2}{7}x$

$l : x \longmapsto 5x - 3{,}2x$

$m : x \longmapsto -3(x - 2)$

$n : x \longmapsto 3(1 - x) - 3$

f n'est pas une fonction linéaire.

g est une fonction linéaire de coefficient directeur $\frac{1}{5}$

h n'est pas une fonction linéaire.

j n'est pas une fonction linéaire.

k est une fonction linéaire de coefficient $\frac{-2}{7}$

l est une fonction linéaire... il y a avait un pièce. En effet, $5x-3{,}2x=1{,}8x$. Le coefficient est $1{,}8$

m n'est pas une fonction linéaire. Pour être sûr, je développe : $-3x+6$, ce n'est pas linéaire.

n est une fonction linéaire... Il y avait un piège : $3(1-x)-3=3-3x-3=-3x$. Le coefficient est -3

2 f est une fonction linéaire de coefficient -5.

a. Complète le tableau de valeurs.

x	-3	$-0{,}5$			5		10
$f(x)$			$0{,}5$	0		-18	

b. Que peux-tu dire de ce tableau ? Justifie.

$f(-3)=-3\times(-5)=15$
$f(-0{,}5)=-0{,}5\times(-5)=2{,}5$

On sait que ce tableau est un tableau de proportionnalité de coefficient -5. Donc pour passer de la seconde ligne à la première, on divise par (-5).
On trouve :

$f(-0{,}1)=0{,}5$ $\quad f(0)=0$ $\quad f(5)=-25$ $\quad f(\frac{18}{5})=-18$ $\quad f(10)=-50$.

3 On considère la fonction $g : x \longmapsto 9x$. Calcule.

a. $g(5)$ et $g(-5)$

b. L'image de 5,2.

c. L'image de $-\frac{1}{3}$.

d. L'antécédent de 27.

e. L'antécédent de $-4,5$.

a) $g(5)=9\times5=45$ $g(-5)=9\times(-5)=-45$

b) $g(5{,}2)=9\times5{,}2=46{,}8$

c) $g(\frac{-1}{3})=9\times\frac{-1}{3}=-3$

d) $9x=27, donc\ x=\frac{27}{9}$ ou $g(\frac{27}{9})=27$, c'est à dire

L'antécédent de 27 est $\frac{27}{9}=3$.

e) L'antécédent de $-4{,}5$ est $\frac{9}{-4{,}5}=-2$

Exercices de synthèse de cette première partie du cours.

Exercice 1 :
Parmi les fonctions suivantes, quelles sont les fonctions linéaires ? Indiquer le coefficient directeur de celles-ci.

$f(x)=4x+1$ $\quad g(x)=\frac{4}{x}$ $\quad h(x)=\frac{x}{4}$ $\quad j(x)=2x^2$

$h(x)=\frac{-2x}{13}$ $\quad k(x)=9x-4$ $\quad m(x)=9x-4x$ $\quad n(x)=5(x-2)+10$

Exercice 2 :
On considère la fonction linéaire h telle que $h(x)=-4x$.

1) Quel est le coefficient directeur de cette fonction ?
2) Calculer l'image de 3 par h .
3) Calculer un antécédent de 13 pour h .

Suite de la leçon :

4) Pourcentage de réduction ou d'augmentation

On peut modéliser un pourcentage de réduction ou d'augmentation d'un prix par une fonction linéaire.
IL FAUT BIEN FAIRE l'EFFORT DE COMPRENDRE CES EXEMPLES :
Ce n'est pas évident !
Exemple :
1) Si le prix d'un livre et 30€, et si on effectue 15% de réduction. Son nouveau prix est :

$30-\frac{15}{100}\times 30$ ce qui est égal à $30\times(1-\frac{15}{100})$

2) Si le prix d'un DVD est 25 euros et qu'il augmente de 12%, son nouveau prix est :
$25+\frac{12}{100}\times 25$ ce qui est égal à $25\times(1+\frac{12}{100})$

Lien avec une fonction linéaire :
Si le prix d'un objet est p et si on effectue une **augmentation** de 10 %, son nouveau prix, $f(p)$ est, en fonction de p :

$$f(p)=p\times(1+\frac{10}{100})$$

Si le prix d'un objet est p et si on effectue une **diminution** de 20 %, son nouveau prix, $f(p)$ est, en fonction de p :

$$f(p)=p\times(1-\frac{20}{100})$$

Remarque : cette partie du cours est difficile, mais n'est pas la plus importante...

5 Durant les soldes, un magasin pratique
remise de 15 % sur tous les articles.

a. Un article coûtait 28 € avant les soldes.
Quel est son nouveau prix ?

....

....

....

....

b. On appelle f la fonction qui, au prix de dé
p, associe le prix soldé. Donne son expression.

....

....

....

c. Un article coûtait 45 € avant les soldes.
Quel est son prix soldé ?

....

....

....

d. Un article est soldé à 31,79 €.
Quel était son prix avant les soldes ?

....

....

....

5) Représentation graphique

On rappelle qu'une fonction linéaire représente une situation de proportionnalité. Nous avons vu, en effet que le tableau représentatif d'une fonction linéaire était un tableau de proportionnalité. De la même manière, le graphique représentatif d'une fonction linéaire est **UNE DROITE PASSANT PAR L'ORIGINE. !**

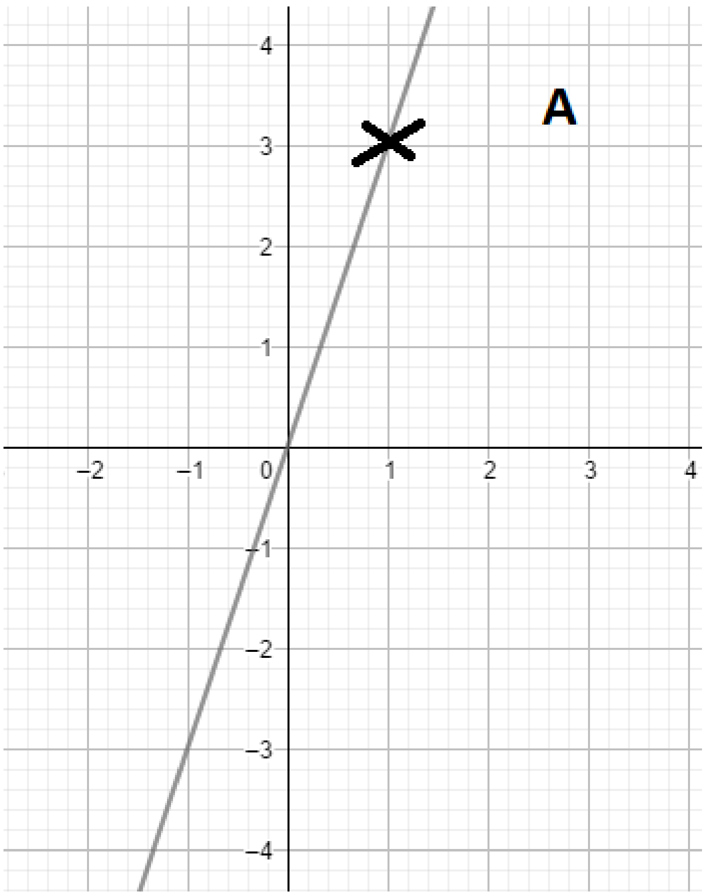
(certains élèves, dans l'exercice du Hand Spinner ont écrit qu'une droite représentait une situation de proportionnalité : c'est FAUX, il faut que la droite PASSE PAR L'ORIGINE).

Exemple :
On considère la fonction linéaire h telle que $h(x)=3x$, et on veut représenter graphiquement cette fonction. On doit faire :
Je sais que h est une fonction linéaire (son coefficient directeur est 3). Sa représentation graphique est donc une droite qui passe par l'origine du repère. Pour tracer une droite, il me faut deux points. Je dois donc calculer les coordonnés d'un autre point (le premier est l'origine, je le connais).

Par exemple h(1)=3. Donc je connais les coordonnés d'un autre point : A(1; 3)

x	0	1
$h(x)=3x$	0	3

Et je peux représenter la fonction linéaire :



A l'aide de cet exemple : représente le graphique de g , telle que $g(x)=-2x$